DIRECCIÓN ACADÉMICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Respeto – Responsabilidad – Resiliencia – Tolerancia

GUÍA N°11

Unidad 2: Álgebra y Funciones
TEMA: "Función Cuadrática"

Nombre: ____**Curso 2°___ Fecha: ____/____/2020**

Objetivo:

- Modelar y resolver situaciones de otras asignaturas y de la vida diaria, utilizando funciones cuadráticas

Estimado(a) Estudiante: para apoyar tu estudio desde casa, tus profesores(as) de Matemática han preparado guías de estudio, donde se explica cada tema apoyado con algunos links de videos en YouTube. Recuerda que la guía puede resultar extensa porque tiene explicaciones y ejemplos, pero cada actividad está programada para ser realizada en 60 minutos.

Instrucciones:
1. Lee la información que contiene la guía y de ser necesario observa el material de apoyo.
2. Desarrolla las actividades en tu cuaderno.
3. Observa videos de apoyo en el classroom o en nuestro Instagram **matematica_cestarosa**
4. Ante cualquier consulta, enviar un correo a tu profesor(a) de asignatura indicando nombre, curso y la consulta.

CURSO	DOCENTE	CORREO
2°A	Susana Ponson	susana.ponson@cesantarosa.cl
2°B	Johana Valdebenito	johana.valdebenito@cesantarosa.cl
2°C	Susana Ponson	susana.ponson@cesantarosa.cl
2°D	Pamela González	pamela.gonzalez@cesantarosa.cl

Luego de que ya conocimos qué es una función cuadrática, podemos representarla gráficamente, y conocemos los parámetros de la parábola, es importante lograr aplicar todo lo aprendido para resolver situaciones de la vida diaria o de otras asignaturas.

La función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ como modelo matemático permite representar fenómenos naturales, cuyo objetivo es encontrar el valor de la variable independiente x para que la variable dependiente y sea máxima o mínima.

Ejemplo de ello es al aplicarlo a la altura de un cuerpo respecto del tiempo al lanzarlo verticalmente, en caída libre, así como problemas de optimización, o bien, el precio de venta de un producto para obtener una ganancia máxima

Se debe considerar que **los valores que pueden tomar ambas variables están determinados y restringidos por las características que describen**. Por ejemplo, si una de las variables es el tiempo, esta magnitud no puede tener valores negativos. Así, en la gráfica se debe contemplar solo los valores permitidos en cada variable.

Veamos algunas situaciones donde se aplican funciones cuadráticas:

PROBLEMA 1:

La señora Laura desea vender empanadas y necesita determinar cuál debe ser el precio de venta para obtener las mayores ganancias. El precio debe ser tal que permita cubrir los costos de producción y el trabajo realizado.

Si se ha calculado que la ganancia obtenida está dada por la función $G(p) = -\frac{1}{5}p^2 + 350p - 100000$, donde p el precio en que se vende cada empanada (en pesos).

a) ¿De cuánto será la ganancia si vendiera cada una a $ 1000?

Dado que la función es $G(p) = -\frac{1}{5}p^2 + 350p - 100000$, reemplazamos en p el valor de $1000 de las empanadas y resolvemos:

$$G(p) = -\frac{1}{5}(1000)^2 + 350(1000) - 100000$$
$$G(p) = -\frac{1}{5} \cdot 1000000 + 350000 - 100000$$
$$G(p) = -200000 + 350000 - 100000$$
$$G(p) = 50000$$

Entonces, si se vendiera cada una a $1000 la ganancia será de $50000

b) ¿Qué ocurrirá con la ganancia si las vendiera a $ 400?

$$G(p) = -\frac{1}{5}(400)^2 + 350(400) - 100000$$
$$G(p) = -\frac{1}{5}(160000) + 140000 - 100000$$
$$G(p) = -32000 + 140000 - 100000$$
$$G(p) = -32000 + 140000 - 100000$$
$$G(p) = 8000$$

Reemplazamos en p el valor de $400 de las empanadas y resolvemos:

Entonces, si se vendiera cada una a $400 la ganancia será de $8000

c) ¿Qué ocurrirá si las vendiera a un precio menor?

Si las empanadas se vendieran a un precio menor, **las ganancias bajarían al punto de obtener pérdida.**

- ***Al observar la expresión algebraica de la función G(p), podríamos analizar que la función tiene un punto máximo, ya que a<0, por lo tanto la parábola de la función es cóncava hacia abajo y el vértice sería máximo.***

a) En el contexto del problema, ¿cómo se interpreta dicho valor?

El punto del vértice representa **el valor de las empanadas para obtener ganancias máximas**

b) Entonces, ¿a cuánto debe vender cada empanada la señora Laura para que su ganancia sea máxima?

Aplicamos la fórmula del punto x del vértice donde $x = \frac{-b}{2a}$

$$X = \frac{-350}{2(-\frac{1}{5})} = \frac{-350}{-0{,}4} = 875$$

Debería vender cada empanada a $875 para que la ganancia sea máxima

c) ¿Cuál sería esa ganancia?

$$G(p) = -\frac{1}{5}p^2 + 350p - 100000$$
$$G(p) = -\frac{1}{5}(875)^2 + 350(875) - 100000$$
$$G(p) = -\frac{1}{5}(765625) + 306250 - 100000$$
$$G(p) = -153125 + 306250 - 100000$$
$$G(p) = 53125$$

Para ello reemplazamos en la función el valor de las empanadas encontrado anteriormente

La ganancia sería de $53125

El resultado de todo problema matemático con un contexto determinado debe ser interpretado ajustándose a dicho contexto. Sean cantidades o mediciones, todo resultado numérico de este tipo debe tener alguna unidad de medida asociada o alguna descripción que sea pertinente a la solución del problema

PROBLEMA 2:

Florencia, una clavadista, se prepara para su salto sobre una plataforma a 10 m sobre la superficie del agua. La altura de la clavadista mientras cae al agua, en metros, está dada por la expresión $h(t) = -5t^2 + \frac{7}{6}t + 10$, donde t es el tiempo, en segundos, después del salto.

a)¿Cuánta distancia ha recorrido Florencia al transcurrir 2 segundos?

Reemplazamos en t el tiempo transcurrido de 2 segundos y resolvemos:

$$h(t) = -5t^2 + \frac{7}{6}t + 10$$
$$h(t) = -5(2)^2 + \frac{7}{6}(2) + 10$$
$$h(t) = -5(4) + 2{,}3 + 10$$
$$h(t) = -20 + 2{,}3 + 10$$
$$h(t) = -7{,}7$$

Observa que el resultado es negativo (-7,7 metros) Si analizamos el contexto del problema, esto se debe a que es una caída

Florencia ha descendido 7,7 metros al transcurrir 2 segundos

b)¿Cuál es la altura máxima que alcanzará Florencia al realizar su salto?

Aplicamos la fórmula del punto x del vértice donde $x = \frac{-b}{2a}$

$$X = \frac{-\frac{7}{6}}{2(-5)} = \frac{-1{,}17}{-10} = 0{,}117$$

$$h(t) = -5(0{,}117)^2 + \frac{7}{6}(0{,}117) + 10$$
$$h(t) = -5(0{,}014) + 0{,}1365 + 10$$
$$h(t) = -0{,}07 + 0{,}1365 + 10$$
$$h(t) = 10{,}07$$

La altura máxima que alcanzará Florencia es de 10,07 metros

PROBLEMA 3

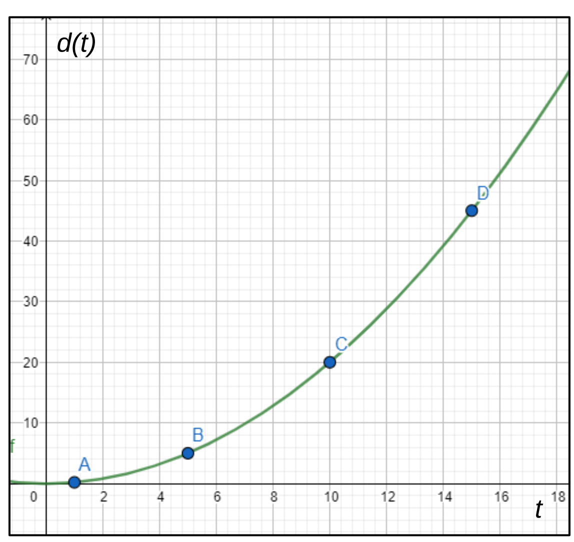
La posición de un ciclista que viaja por una ciclovía rectilínea está dada por la función $d(t) = \frac{1}{5}t^2$, donde *d* corresponde a la distancia, medida en metros, que ha recorrido el ciclista en cada instante *t*, medido en segundos.

a)Bosqueja la gráfica que representa la distancia recorrida por el ciclista respecto del tiempo.

t en segundos	1	5	10	15
d(t) en metros	0,2	5	20	45

Recuerda que para realizar el gráfico debemos construir la tabla de valores. Tomaremos valores de *t* solo en positivo ya que corresponde a tiempo

$$d(1) = \frac{1}{5}1^2 = 0{,}2$$
$$d(5) = \frac{1}{5}5^2 = 5$$
$$d(10) = \frac{1}{5}10^2 = 20$$
$$d(15) = \frac{1}{5}15^2 = 45$$



b)Observando la gráfica, ¿cuánto demora el ciclista en recorrer 12 metros?

Observando la gráfica se obtiene que el ciclista **demora aproximadamente 8 segundos en recorrer 12 metros**

ACTIVIDAD:

1. **En un lanzamiento vertical hacia arriba, la altura máxima depende cuadráticamente de la rapidez inicial. Se determina aproximadamente la altura máxima según la ecuación $h = \frac{1}{20}{V_0}^2$, en la cual la variable h representa la altura máxima y la variable V_0, la rapidez inicial.**

a) Completa la tabla de valores de la función cuadrática con la ecuación $h = \frac{1}{20}{V_0}^2$.

Rapidez V_o en $\frac{m}{s}$	0	5	10	15	20
Altura máxima en m					

b) Elabora el gráfico de la función con los valores de la tabla.

c) Determinan gráficamente la rapidez inicial que lleva a una altura máxima de 10 m

2.Si la ganancia de la venta de x unidades de Palta es $P = 90x - 200 - x^2$ determine:

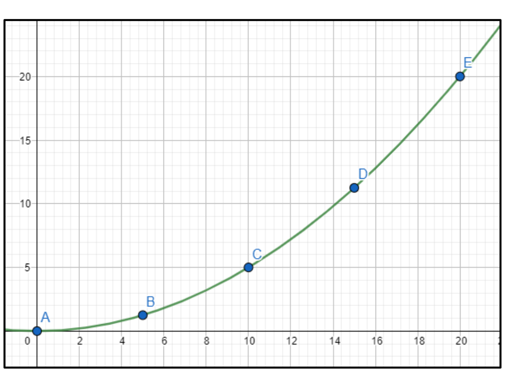
a)El número de unidades que maximizará la ganancia
b)La ganancia máxima obtenida por la venta de dicho número de unidades

SOLUCIONARIO:

1. a)

V_0	0	5	10	15	20
h	0	1,25	5	11,25	20

b)



c)Aproximadamente 14 m/s

2. a) 45 unidades
   b) $1825